مجلة جامعة صبراتة العلمية
Sabratha University Scientific Journal

مجلة علمية نصف سنوية محكمة متخصصة في العلوم الإنسانية تصدر عن جامعة صبراتة

العلاقة بين المنطق والرياضيات: من جبر المنطق إلى المنطق الرياضي

The Relationship between Logic and Mathematics: from Algebra Logic to Algebra Mathematics

أ.عبد الرحمن علي الزرقاني
محاضر، كلية الآداب والعلوم، جامعة المرقب

رقم الايداع القانوني بدار الكتب الوطنية: 2017-139

العدد الرابع
ديسمبر 2018

العلاقة بين المنطق والرياضيات: من جبر المنطق إلى المنطق الرياضي

The Relationship between Logic and Mathematics: from Algebra Logic to Algebra Mathematics

عبد الرحمن علي الزرقاني
محاضر، كلية الآداب والعلوم، جامعة المرقب
aaalzargani@elmergib.edu.ly

ملخص الدراسة:

يهدف هذا البحث في مجمله إلى إظهار أهمية المنطق، والذي هو الابن البار للفلسفة- في مدى إصلاحه أو مراجعته للتقنيات الرياضية، ومنهج الرياضيات بشكل عام، إضافة إلى الوقوف على الأنساق والتقنيات الرياضية والمنطقية التي كان فيها التعمد على التوهم بوجود خط فاصل بين الرياضيات والمنطق، مع التعرف على الأنساق والتقنيات التي خالفت ذلك، الأمر الذي دعا الباحث لإجراء هذه الدراسة معتمداً في ذلك على المنهج التحليلي وذلك بعملية النقد، أي التقويم، فبالنقد سيقوم الباحث بتقويم وترشيد وتصحيح ما يطرح من أفكار وأنساق في مجال علاقة الرياضيات بالمنطق، فهو محاكمة إلى نسق كلي. إنه المنهج الأمثل في فهم كل فكرة من أفكار هذه العلاقة على حده، وتجزئة كل فكرة ودراسة أجزائها متفرقة، حتى نصل إلى المكون الأساسي لها، وقد يتطلب الأمر جمع الأجزاء المتفرقة من الفكرة المجزأة في كل موحد، إن كل مذهب من تلك المذاهب يكون ناجحا بتقنية من تقنياته في فكرة ما، فينجح نسقه في عرضها وتبريرها، وتخفت وتفشل تقنيات أخرى له في نسقه العام، لذلك فإن كل هذه المذاهب لن تحقق التكامل والتطور في الوصول إلى المنطق الرياضي إلاّ بالاستفادة من كل تلك التقنيات الناجحة لكل المذاهب في هذا المجال (مجال علاقة الرياضيات بالمنطق)، وذلك بغية ظهورهما تحت منهج واحد هو المنطق الرياضي.

الكلمات الدالة: المنطق، الرياضيات، المنطق الرياضي، الفكرة المجزأة، التقنيات الرياضية.

Abstract:

This study aims to demonstrate the significance of logic in reviewing and improving the mathematical laws, techniques and curriculum. It also illustrates and analyses the wrong idea of the existence of a dividing line between logic and mathematics. The researcher adopted the analytical approach in his criticism and evaluation for correcting and developing the existing theoretical concepts and perspectives about the relationship between logic and mathematics. This involves studying and understanding these concepts separately before grouping them together for comprehensive understanding.

Keywords: Logic, Mathematics, Theoretical concepts, Dividing line

مقدمة:

حدث في الفترة الراهنة سوء فهم من شخصيات في المجال البحثي من علوم مختلفة، حيث اعتقد هؤلاء أنه قد يكون للمنطق فائدة في المراحل التاريخية القديمة إلاّ أن ذلك قد أصبح في طي الكتب التاريخية التي تتحدث عن المنطق وتاريخه.

إن هذه الوجهة من النظر قاصرة، ولا تستند على قراءة كاملة لتاريخ المنطق منذ مراحله الأولى، وحتى الفترات التاريخية التي تم فيها إعادة بناء المنطق بما يتفق مع الواقع التطبيقي. فيجب أن نكون هنا على دراية بأنه لم يستطع العلماء صياغة نظرياتهم العلمية في المنطق الرياضي المبتكر حديثا؛ إلا عندما استندوا على أفكار المنطق القديم، وللإبانة يكفينا أن نستدل بما استفاده "فريجيه" في نظريته لحساب القضايا، التي كانت تفترضها منطقيا نظرية القياس الأرسطية، إضافة إلى أنه قد نبه إليها الرواقيون بعد أرسطو، فكانوا بذلك أوائل الباحثين في منطق القضايا. الشيء الذي لا يعرفه من يسوقون هذا الادعاء القاصر، هو أن المنطق كان عونا للعديد من العلوم في كثير من مراحل تطور المنطق، لاسيما في تلك المرحلة التي وصل فيها المنطق إلى التجريد الرمزي، والتواجد القوي في طرح الحلول العلمية التي تواجه العلوم التي ضلت طريقها في البحث عما يعينها في المشكلات التي تواجهها.

وإذا أردنا أن نحصي تلك العلوم التي كان المنطق في عونها، لا يسعنا الحديث عنها في ورقة بحثية، إنما نحتاج في ذلك إلى الكثير من البحوث.

وحسبنا هنا أن نختار من هذه العلوم التي استفادت من المنطق (علم الرياضيات). هنا يقودنا الأمر إلى الحديث والتطرق للجدل الفلسفي الذي حصل مع بعض الفلاسفة والعلماء في فترات تاريخية مختلفة، وينتمون إلى مذاهب فلسفية مختلفة، دار هذا الجدل عن طبيعة العلاقة بين المنطق والرياضيات، هل المنطق محتاج في نظرياته إلى الرياضيات، أم أن الرياضيات هي التي تكون في نسقها العام بحاجة إلى المنطق؟ اختلفت الآراء بين مناصر للمنطق، مشبهيه بالمنقذ من المشكلات التي تواجه القضايا الرياضية، وقد اعتبروا أن المفاهيم الرياضية يمكن تعريفها في حدود المفاهيم المنطقية، كما يمكن اشتقاق النظريات الرياضية من بديهيات المنطق من خلال الاستنباط المنطقي، بل إنهم ذهبوا إلى أن الرياضيات بأكملها تقوم على المنطق الرمزي، بينما فريق آخر رفض أحقية المنطق في فرض حلوله للمشكلات العلمية التي تواجه تلك العلوم لاسيما الرياضيات.

واعتبر أنصار هذا الرأي أن جل النظريات المنطقية ما هي إلاّ نظريات رياضية على درجة قصوى من التعميم، أي أن المنطق ليس إلا جزء من الرياضيات.

وينبغي أن ندرك بأن علماء الرياضيات لم يطلبوا العون من الفلسفة، أو يبحثوا عن إمكانية العلاقة بينها وبين المنطق إلاّ بعد الأزمة التي لحقت بتلك النظريات التي كانت تتبناها، حيث أصبحت غير مجدية في تفسير الظواهر التي نراها، لذلك كان لزاما عليها أن تناشد الابن البار(المنطق) لتلك الأم العجوز (الفلسفة) وتجدر الإشارة هنا إلى أن الباحث في هذه الدراسة لم يكن مهموماً بدراسة كل ما قيل في مجال العلاقة بين المنطق والرياضيات، ومتابعة كل تقنيات تلك المذاهب، إنما كان التركيز موجهاً نحو التقنيات المميزة، والأنساق الفاعلة، التي تركت بصمة في هذه العلاقة، وذلك لإظهار أهمية المنطق– الذي هو الابن البار للفلسفة– في مدى إصلاحه أو مراجعته للتقنيات الرياضية ومنهج الرياضيات بشكل عام.

مبررات الدراسة:

من الدراسات التي تحتاج إلى الكثير من التعمق الفلسفي، خاصة وأن الرياضة والمنطق منهجهما استنباطي محض، لذلك توجب الأمر الخوض في تحليل أنساقهما لمعرفة تلك التقنيات التي توصلنا للوقوف على العلاقة بينهما.

مشكلة الدراسة:

– تتحدد مشكلة الدراسة في المشكلات التي تواجهنا للجمع بين الرياضيات والمنطق في علاقة منسجمة واحدة.

– الصعوبات التي تواجهنا في الوقوف على أنساق وتقنيات المذاهب التي خاضت في مجال العلاقة بين المنطق والرياضيات.

وعليه فإن الباحث يطرح بعض التساؤلات المفصلية لتشكيل نسق سليم لمحاولة فهم هذه المشكلات والوقوف عليها:

– إلى أي مدى يمكننا القول إنه لا فائدة لأي علم بدون المنطق؟

– أيمكننا التسليم بمبدأ العلاقة بين المنطق والرياضيات؟

– كيف قيم العلماء على اختلاف مشاربهم هذه العلاقة؟

أهداف الدراسة:

إظهار أهمية المنطق الذي هو الابن البار للفلسفة– في مدى إصلاحه أو مراجعته للتقنيات الرياضية ومنهج الرياضيات بشكل عام. إضافة إلى الوقوف على الأنساق والتقنيات الرياضية والمنطقية التي كان فيها التعمد على التوهم بوجود خط فاصل بين الرياضيات والمنطق، مع التعرف على الأنساق والتقنيات التي خالفت ذلك.

منهج الدراسة:

سيستخدم الباحث المنهج التحليلي وذلك بعملية النقد أي التقويم، فبالنقد سيقوم الباحث بتقويم وترشيد وتصحيح ما يطرح من أفكار وأنساق في مجال علاقة الرياضيات بالمنطق، فهو محاكمة إلى نسق كلي. إنه المنهج الأمثل في فهم كل فكرة من أفكار هذه العلاقة على حده، وتجزئة كل فكرة ودراسة أجزائها متفرقة، حتى نصل إلى المكون الأساسي لها. وقد يتطلب الأمر جمع الأجزاء المتفرقة من الفكرة المجزئة في كل موحد.

تعريف المنطق:

تشير كلمة المنطق من ناحية الاشتقاق اللغوي إلى الكلام أو النطق، أما إذا اقترنا من الكلمة اليونانية (logic)، فهي العقل أو الفكر أو البرهان. إن فلاسفة العرب كانوا قريبين من المعنى الثاني، ولكي يتم لهم ذلك ميزوا بين نوعين من المنطق: نطق ظاهري والآخر باطني، الأول يشير إلى الكلام والتحدث، والثاني يشير إلى المعقولات ومحاولة إدراكها.

فالمنطق هو الذي يبحث في صحيح الفكر وفساده، وهو الذي يضع القوانين التي تعصم الدهن من الوقوع في الخطأ في الأحكام، (صليبا، 1982، 428) فموضوعه هو الفكر الإنساني من ناحية خاصة، هي ناحية صحته وفساده، ويتم له ذلك عن طريق البحث في القوانين العقلية العامة التي يتبعها العقل الإنساني في تفكيره، فما كان من التفكير موافقا لهذه القوانين (قوانين الفكر العامة) كان صحيحاً، وما كان مخالفاً لها كان فاسداً، وبهذا كان للمنطق ناحيتان:

1. البحث في الفكر الإنساني بقصد الاهتداء إلى قوانينه، ومعرفة الشروط التي يتوقف عليها الصحيح منه.
2. تطبيق هذه القوانين على أنواع الفكر المختلفة لمعرفة الصواب منها والخطأ.

لذلك كان للمنطق فائدة كبيرة أصبح يطمح لها أصحاب التخصصات المختلفة.

فائدة المنطق:

إن كل علم أو دراسة لابد أن يكون وراءها فائدة مرجوة، فلن يتحقق النجاح لأي دراسة وتصبح منتشرة وفاعلة في جميع مجالات الحياة المختلفة، إلا إذا دشنت بفائدتها صروحاً علمية.

وهذا بالفعل ما حققه المنطق حيث نجح في أن يكون معينا للعلوم النظرية والتطبيقية، ونذكر بعض هذه الفوائد:

1- إن غاية العلماء والمفكرين أن يكون تفكيرهم صحيحا، خاليا من التناقض، وأن تكون نتائج أبحاثهم سليمة بعيدة عن الخطأ، والعلم الذي يضع القواعد التي توصل إلى هذه الغاية هو المنطق.

2- المنطق هو أساس العلوم جميعها، وذلك أن المنطق يبحث في قوانين الفكر، بقصد معرفة صحتها من فسادها. ولما كان الفكر أساس كل علم من العلوم كان المنطق أساس العلوم جميعها، وخاصة في العصر الحديث. ذلك العصر الذي خاض المنطق فيه في جميع العلوم الطبيعية والعلوم الاجتماعية: فهو العلم الذي يضع المناهج الخاصة بالعلوم، ويضع لأغلب العلوم مناهج خاصة بها، ومن هنا قال الكثير من العلماء: إن المنطق آلة العلوم ومعيار العلوم (الغزالي، 1961، 25).

3- لا تقف مهمة المنطق عند وضع القوانين العامة للفكر الإنساني لكي يسلم من الخطأ، بل إنه يقوم بتطبيق هذه القوانين العامة في مناهج البحث المختلفة، بحسب ما تقتضيه طبيعة كل منهج ويقصد إليه كل بحث.

4- يميز الإنسان بواسطة قواعد المنطق بين الخطأ والصواب ويتبين مواطن الزلل في التفكير في هذا العلم.

5- يربي المنطق في الإنسان ملكة النقد والتقدير الصحيح، ووزن البراهين، والحكم عليها بالكمال أو بالنقض. حيث يكوّن اتجاها نقديا تجاه الدعاوى والافتراضات المسبقة التي تقوم عليها حججه في مجالات الاقتصاد والسياسة وغيرها (مهران، د ت، 63).

6- إن المنطق يجعل دارسه على دراية بتلك الألفاظ التي يستخدمها مثل: استدلال، منطقي مغالطه، دليل، تناقض، يستلزم(مهران، د ت، 63)....فمثل هذه الألفاظ نجدها تتردد في جميع مجالات العلم ولا ترد في الفلسفة والمنطق فقط، ويتم اكتساب المعرفة التامة لمعاني هذه الألفاظ والعمليات التي تتم بها عن طريق المنطق، إن المنطق قد فرض نفسه بمنهجه وألفاظه وتقنياته على العلوم التطبيقية والنظرية، وجعل العلماء في العلوم المختلفة وعلى رأسها الرياضيات تستغل هذا المنهج المميز والألفاظ الدقيقة والأنساق الفاعلة في حل المشكلات الرياضية المختلفة.

وبالفعل ذلك ما فعله علماء الرياضيات وعلى رأسهم "جورج بول"، حيث سخر تلك التقنيات والمنهج المنطقي فيما تحتاجه العمليات الرياضية. رغم أن بول قد اعتبر المنطق جزءا من الرياضيات وامتدادا لقواعده وقوانينه حتى وإن استخدمنا الرموز المنطقية، ففي جبر المنطق يكون الاقتراح بتكوين "أرغانون" على مثال الرياضيات. والرياضيات هنا مساعدة، وهي وسيلة لحل مسائل المنطق، الذي هو الغاية المنشودة (بلانشي، دت، 370)، تلك هي المرحلة التي بدأت تتشكل فيها العلاقة الأولى بين المنطق والرياضيات، عرفت هذه المرحلة بمرحلة الجبر المنطقي.

- جبر المنطق:

يرى أنصار هذا المذهب أن المنطق برمته يمكن التعبير عنه برموز جبريه، وأنه متى أمكن القيام بمثل هذه الخطوة، يصبح المنطق مجرد فرع من فروع الرياضيات، أو أنه مجرد نظرية رياضية من النظريات الكثيرة التي ظهرت على هيئة جبرية، مثل جبر الأعداد الرياضية وجبر الأعداد التخيلية، ونظرية المجاميع وغيرها، وعلى هذا النحو يكون المنطق المعبر عنه برموز جبرية أحد هذه النظريات، ومن ثم يكون فرعاً من فروع الرياضيات وامتداداً لنظرياتها وقوانينها، وهذا هو أساس مرحلة مذهب جبر المنطق.

كان "ليبنتز" أول من تحدث عن جبر المنطق ولكن أبحاثه لم تلق نجاحاً في أيامه، ولكن حينما بين بول أهمية جبر المنطق وألقى مزيدا من الضوء عليه، بدأ الباحثون يعودون إلى آراء "ليبنتز" جبر المنطق فاكتسبت أعمال "ليبنتز" الجبرية المنطقية أهمية خارقة، إلا أننا سنكتفي هنا بالتطرق لآراء بول في جبر المنطق.

يفسح مذهب جبر المنطق "لبول" مجالا واسعاً للتطبيقات الرياضية خاصة في نظرية المجاميع التي ظهرت في الأنساق الرياضية، وإذا كنا قد تبينا من قبل الصورة الرياضية والمنطقية لمذهب جبر المنطق "لبول" فإنه يمكن لنا أن نتقدم بخطوات واسعة إلى الأمام لاختبار صحة ما ذهب إليه بول في مجال نظرية المجاميع، فما هي المجموعة؟ وما هي المفاهيم الأساسية الداخلة في إطار نظرية المجاميع؟

نحن نعلم من دراستنا للمنطق أن أرسطو عرف ضمنا نظرية الفصول- وهي إحدى نظريات المنطق الرياضي- ومن خلال تقسيمه للأجناس والأنواع: وقد أشار إلى تقسيم الأجناس والأنواع على أساس التشابه الداخلي في نطاق الأشياء، فالمجموع المتشابه من الكائنات ذات الصفات المتشابهة تندرج تحت جنس واحد أو نوع واحد، وعلى هذا النحو يكون "أرسطو" قد وضع لنا الأساس الأول لما يسمى بالمجموعة وأفرادها أو عناصرها (بدوي، 1980، 35)، فالمجموعة المكونة من أشياء متشابهة أو ما تكون ذات صفة أو صفات واحدة هي ما تسمى بالمجموعة، وأفراد المجموعة أو مكوناتها يمكن معرفتها عن طريق تسميتها، أو عن طريق تعيين خاصية أو أكثر تحدد الأفراد الذين ينتمون إلى المجموعة.

فإذا كانت لدينا مجموعة ما A بحيث كان X أحد أعضائها فإننا نعبر عن علاقة X بالمجموعة A بالقضية (X E A) ولكل مجموعة ترتيب أو نظام معين، وقد تكون المجموعة متناهية أو لا متناهية.

ويتحدث "بول" عما يسميه بالمجموعة الفارغة، والمجموعة الفارغة هي تلك التي ليس لها عناصر أو أفراد، وهي تقابل الصفر والحقيقة أن الدور الذي تؤديه المجموعة الفارغة في نظام المنطق الرياضي هو نفس الدور الذي يؤديه الصفر تماما في الحساب العادي، وهذه المجموعة تكافئ التناقض في المنطق.

- **التساوي بين المجاميع:**

يقال لمجموعتين A B أنهما متساويتان أو متطابقتان إذا كان كل عنصر من عناصر المجموعة A له ما يشابهه من عناصر المجموعة B والعكس بالعكس وهذا هو ما يمكن التعبير عنه بالصيغة التالية:

X A implies that X B and X B implies that X A

ويستخدم بول الرمز التالي <=> للإشارة إلى التضمن بين المجاميع.

ولهذا يمكن صياغة ما سبق على النحو التالي:

$A \;\; B <=> (X \; A <=> X \; B)$

العلاقات بين المجاميع:

وإذا ما انتقلنا إلى مسألة العلاقات بين المجاميع في إطار نظرية جبر المنطق لبول لوجدنا أن هناك علاقتان أساسيتان بين المجاميع هما علاقة الاحتواء وعلاقة المساواة.

1- علاقة الاحتواء:

يرمز بول لعلاقة الاحتواء بالعلامة ⊂ فإذا كانت B مجموعة فارغة للمجموعة A فإنه يمكن التعبير عن هذه الصيغة رمزيا في الصورة التالية:

$B \supset A$ إذا فإن الصيغتين متكافئتان، وعلى هذا النحو يمكن لنا التعبير عن صورة القياس الأرسطي.

سقراط إنسان

كل إنسان فانٍ

∴سقراط فانٍ

بالصيغة الرمزية التالية:

$A \supset B$

$B \supset C$

$<=> A \supset C$

2- علاقة المساواة:

وتساوي مجموعتين ويعبر عنهما بالصيغة:

$A = B$ يدل عليه $A \supset$ B and B⊃A

وبالعكس فإن:

$A \supset B$ and if $B \supset A$, then $A = B$

ويمكن لنا أن نستنبط من الصيغتين السابقتين الأنواع التالية من العلاقات: حيث تكون كل مجموعة مساوية لنفسها.

$$A = A$$

$$A = B <=> B = A$$

$$A = B.B = C <=> A = C$$

حيث المجموعتان متساويتان ومتعديتان:

إن قوانين جبر المنطق تتمثل فيما نلاحظه في تقنيات تلك العلاقات التي جاء بها بول، فالمتغيرات تعبر عنها الحروف (A–B) أما الثوابت فهي الرموز الرياضية (+ =) والتي تؤثر على تلك المتغيرات باعتبارها قضايا منطقية، مع العلم أن هذه العلاقات باعتبارها عمليات تتوقف على مكان وجود الأقواس في عمليات جبر المنطق، التي سنلاحظها في قوانين الجمع المجموعة (زلاتكاشبورير، 1987، 161).

قوانين الجمع المجموعة:

يسير الجمع المنطقي وفق القوانين التالية:

$$A + A = A$$

$$A + B = B + A$$

$$A + (B + C) = (A + B) + C \equiv A + B + C$$

$$A + B = B$$

ومن الممكن التحقق من هذه الصيغ الجبرية المنطقية ونستخدم ثوابت كـ(الوصل ∧) وكذلك (الفصل∨) إضافة إلى (التكافؤ <=>) فلو أننا قمنا باستبدال علامات الجمع بالثوابت التي أشرنا إليها فإننا سنتحقق من صدقها أو كذبها في جدول مرسوم (زلاتكاشبورير، 1987، 156).

ـ حاصل ضرب المجموعة:

$$AA = A$$

$$AB = BA$$

$$A(BC) = (AB)C \equiv ABC$$

$$ACB <=> AB = A$$

بهذه الطريقة كان "بول" متجهاً إلى الجبر أكثر من اتجاهه للمنطق، فكانت رموزه تشير إلى ثوابت رياضية جبرية أكثر من إشارتها إلى ثوابت منطقية، إذ كان بول يلجأ في حل مسائله إلى تطبيق المعادلات الرياضية أو قواعد الحساب دون قواعد المنطق وقوانينه.

كما كان "بول" يقبل تفسيراً عددياً في استخلاص نتائج عملياته، بل إنه حول قيمتي الصدق والكذب المنطقيتين إلى قيمتين عدديتين هما الواحد والصفر على التوالي (الفقي، 2004، 39).

وضع بول عام 1847 أصول هذا المذهب مستعيناً بما كتبه "ليبنتز" من قبل، وبعد هذا تتابعت الأبحاث في مناقشة هذا المذهب وتدعيمه، فظهرت أبحاث "ماكول"، و "جيفونز" في انجلترا، وأبحاث "بيرس" في أمريكا وكتابات "شرودر" في ألمانيا، وكانت نهاية هذه الأبحاث متمثلة في البحث القيم الذي كتبه "لويس كوتيرا" عام 1901، وهو العام الذي انتهت فيه أبحاث جبر المنطق بسبب ظهور المذهب اللوجستيقي بصورة متكاملة على يد رسل عام 1903، ذلك المذهب الذي عكس الآية وقرر أن المنطق ليس جزءً لكل هو الرياضيات، وإنما هو كل لجزء اسمه الرياضة.

ـ المذهب اللوجستيقي:

إذا كان مذهب جبر المنطق قد انتهى إلى أن المنطق فرع من فروع الرياضيات، وتابع لها وجزء منها، فإن المذهب اللوجستيقي يرى على العكس من ذلك أن الرياضيات فرع من فروع المنطق وجزء منه، وامتداداً لقضاياه وقوانينه، وهذا هو أساس النظرية اللوجستيقية ولم يكتب للمذهب اللوجستيقي النجاح إلا بعد حدوث التطور الهائل في الميدان الرياضي من جهة، وفي الميدان المنطقي من جهة أخرى: فيما يتعلق بالرياضات أدرك الرياضيون أنفسهم بعد ظهور (الهندسات اللاأقليدية) كهندسة "ريمان" و "لوباتشوفسكي" أنه يجب النظر من جديد في المسائل الهندسية خاصة، وفي المسائل الرياضية بوجه عام، فعملوا على تنقية علمهم الرياضي وأسسه وأفكاره من الأشكال الهندسية، كما عملوا على إبعاده عن الحدوس المكانية، وأرادوه علما يقوم على الحساب، وذلك لأنهم رأوا في الحساب (علم الأعداد الأولية) يقيناً لا يتطرق إليه الشك (الفقي، 2008، 187-188)، (زلاتكاشبورير، 1987، 197).

وحينما اعتمد الرياضيون على الحساب كان عليهم أن يضيفوا إلى الرياضيات نظريات إضافية معقدة، ومن هنا قام ما يعرف في تاريخ الرياضات باسم المذهب الحسابي.

وعندما أقيمت الرياضات على أساس الحساب، تساءل الرياضيون ولماذا تعتمد الرياضيات على الحساب وحده دون الحَدس المكاني؟ ثم ألا يقوم الحساب أيضاً على أساس حَدس الأعداد فأنت تحدس مثلاً العدد 1 أولاً ثم تضيف إليه العدد 2، 3، 4 إلى مالا نهاية، ويمكن أن تحدس n، nn، nn- n وهكذا إلى مالا نهاية، بالإضافة إلى أن الرياضيات ظهرت بها عدة نقائض ومن ثم رأى الرياضيون أنهم لكي

يكسبوا الرياضيات دقة أوثق عليهم أن يقيموا نظرية الحساب نفسها، ومن ورائها الرياضيات على أساس من المنطق، أو بمعنى آخر كان عليهم أن يشتقوا الرياضيات من المنطق، بحيث يصبح المنطق أساساً أولياً تشتق منه الرياضيات بحذافيرها: وبحيث تخضع الرياضيات لكي تتخلص من نقائضها، ولكي تكتسب يقيناً أوثق ودقة أكبر للمنطق ولقوانينه وقضاياه. نضراً لأهمية الوصول بالرياضيات في إكسابها اليقين المنطقي، وإبعاد المنطق عن نسقه القديم الذي قيده بالجمل والعبارات.

"لذلك فإن الأمر بلغ "برسل" في وقت من الأوقات مبلغاً جعله يعتقد– على مضض منه نظراً لاستمتاعه، وتبجيله المبكرين للرياضيات– أن الرياضيات والمنطق لا يعدوان أن يكونا معاً مجرد منهج يتعلق باستخدام الرموز والكلمات، فقولنا 2+2=4 يشبه القول بأن "طول الياردة ثلاثة أقدام" (وود، 1984، 52).

هذا هو التطور الذي حدث في ميدان الرياضيات، وجعلها في أمس الحاجة إلى المنطق وإلى قوانينه وقضاياه، ولكن الأمر اقتضى أيضاً تطوراً مماثلا في الميدان المنطقي، ولعل أهم تطور حدث في هذا الميدان هو ضرورة قيام المنطق على هيئة نظرية استنباطية، نبدأ فيها بمجموعة من المسلمات أو البديهيات أو الأصول الموضوعة، ومجموعة أخرى من الحدود غير المعرفة، ثم تشتق من هاتين المجموعتين كل القضايا، وذلك عن طريق الاستنباط الخالص، وكان لابد أيضاً من أن قوانين المنطق وقضاياه تصاغ صياغة رمزية، وأن يتخلص من كثافة الكلمات اللغوية وغموضها، كما كان عليه أن يحدث تطوراً مماثلاً في موضوعه بحيث استطاع أن يتحدث عن علاقات استنباطية أخرى أكثر وأشمل من تلك التي كانت موجودة في المنطق الأرسطي القديم.

وحينما تمكن المنطقيين من أن يكونوا المنطق على هيئة نظرية استنباطية، وأن يتخذوا له المنهج الرمزي، وأن يوسعوا من علاقاته الاستنباطية، استطاعوا أن يجعلوه صالحاً لأن يشتمل على الرياضة، وهو بمثابة الكل الذي تشتق منه الرياضيات بحذافيرها.

إن التطور في ميدان الرياضيات، والذي صحبه تطور مماثل في ميدان المنطق، قد أدى إلى صلاحية المنطق لأن تشتق منه الرياضيات، أو أن تكون الرياضيات مجرد امتداد للمنطق وقوانينه وقضاياه.

ومن خلال ما جاء في الكتاب المشترك بين "رسل ووايتهد" المعنون "برنكيبيا متيماتيكا" سنجد أن رد الرياضيات للمنطق لا يعني بوضوح، أنه لا يوجد شيء مثل الرياضيات. ولا يساوي إنكار أن هناك أية اختلافات بين الرياضيات والمنطق كما توجد بالفعل أو كما تطورت بالفعل، إنها تعني بالأحرى، أن الرياضيات يمكن أن تستمد، من حيث المبدأ، من مفاهيم منطقية أساسية، ومن قضايا أولية معينة لا يمكن البرهنة عليها، وأنه يمكن من حيث المبدأ، ترجمة قضايا رياضية إلى قضايا منطقية بقيم صدق مترادفة (كوبلستون، 2009، 350).

إن المحاولات التي جاءت في كتاب "البرنكيبيا" لرد المنطق إلى الرياضيات تم تبريرها بأن الغرض من ذلك "هو إيجاد مفردات أقل ما يكون للرياضيات لا يمكن فيها تعريف رمز عن طريق رموز أخرى، فالنتيجة من البحث تقول: إن المفردات القليلة للرياضيات هي نفسها بالنسبة للمنطق، وبهذا المعنى يمكن رد الرياضيات إلى المنطق"(كوبلستون، 2009، 354).

- المذهب الأكسيوماتيكي:

عارض هذا المذهب مذهب جبر المنطق من جهة والمذهب اللوجستيقي من جهة أخرى، فهو لا يرى أن الصلة بين المنطق والرياضة هي صلة الجزء بالكل، كما ذهب إلى ذلك مذهب جبر المنطق، ولا هي صلة كل بجزء كما ذهب إلى ذلك المذهب اللوجستيقي، وإنما اتجه المذهب الأكسيوماتيكي اتجاها آخر وهو أن المنطق والرياضة نبعا معاً من أصول أكسيوماتيكية، لا هي منطقية ولا هي رياضية، وإنما تميزت هذه الأصول بأنها عارية عن المنطق والرياضة معاً، أو أنها ذات طبيعة فوقية- أعني فوق المنطق والرياضة معاً- ولعل هذا يظهر تماما توازي المنطق مع الرياضة فلا تمايز بينهما، كما يظهر أيضا الصلة الوثيقة الداخلية والبنائية بين العلمين الشقيقين، حيث أن مصدرهما واحد هو الأصول الأكسيوماتيكية، تزعم هذا المذهب "ديفد هلبرت" أستاذ الرياضة بجامعة برلين حتى عام 1945، فهو الذي وضع أساس هذه النظرية وجمع شتاتها، وكان يريد بها أن يناهض مذهب جبر المنطق والمذهب اللوجستيقي معاً.

يقوم المذهب الأكسيوماتيكي على النسق الاستنباطي الذي يبدأ بحدود أولية، هي حدود غير معرفة وبديهيات التي نقبلها دون طلب البرهنة عليها" (شمس الدين، 2004، 90)، ونبدأ عملية الاستنباط حيث نستنبط من هذه الحدود الأولية القضايا المشتقة التي نستخلصها في نظام تسلسلي محكم بحيث تعتمد كل قضية لاحقة على ما سبقها، وبحيث لا يختل نظام أو ترتيب أي قضية، أو تترك موضعها لكي تحتله قضية أخرى، وبحيث لا يستند في البرهنة على أي قضية إلى أصول أو مسلمات خارجة عن تلك الموجودة في إطار النسق الاستنباطي. لم يرتض "هلبرت" أن تكون أصول نسقه الاستنباطي منطقية أو رياضية، بل ذهب إلى قبول حدود ومسلمات لا هي رياضية ولا هي منطقية، لأنها مجرد رموز أسمية ومن تم تكون صورية خالصة منها تشتق الرياضة والمنطق معاً، وهذه الحدود أو المسلمات الأولية سماها هلبرت بالأكسيوماتيك. إن أهم ما يميز "المنهاج الأكسوماتيكي" هو السير أشواطا في ميدان التجريد يرافقه دوماً تقدم مماثل في مجال التعميم، حيث قال رسل في ذلك "إن أهمية التعميم إنما تكمن بحق في تحويل الثابت إلى متغيرات، الشيء الذي يمكّن الفكر من معالجة أكثر القضايا تعقيداً وغموضا بمرونة ووضوح...إن هذا فعلاً-تحويل الثوابت إلى متغيرات-هو ما يفعله العالم الرياضي الذي يستعمل المنهاج الأكسيومي، عندما يضع مكان كلمة (المستقيم) الرمز (س) ومكان كلمة (المطابقة) الرمز (ص) إن الكلمتين المستقيم

والمطابقة تدلان على معنيين ثابتين، أما عندما تضع مكانهما "س" و "ص"، فإننا نحولهما إلى متغيران يخضعان فقط للعلاقات التي تقيمها بينهما الأوليات التي انطلاقنا منها أول مرة، وبالتالي يصبح بالإمكان إعطاؤهما قيماً معينة أخرى عندما نريد النزول من ميدان الأكسوماتيك إلى ميدان تطبيقاته" (الجابري، 2002، 209-210).

وقد اشترط "هلبرت" لإقامة الأكسيوماتيك ثلاثة شروط هي:

1- شرط الاستقلال، (الفندي، 1972، 106) وهي أن تكون مسلمات النسق مستقلة عن بعضها البعض، وهذا الشرط مهم لأنه لو تداخلت المسلمات لأدى ذلك إلى غموض القضايا التي نستنبطها. إن استقلالية المحددة والدقيقة هي وسيلة للتوصل في الرياضيات إلى معطيات تحتوي على أقل قدر ممكن من الأجزاء المشتركة، ففي الهندسة الإقليدية مثلا: تعتبر القضية القائلة بأن زوايا المثلث تساوي 180 عبارة عن نظرية، لأنه لا يبرهن عليها بواسطة مسلمة التوازي، وهي أولية مستقلة عن باقي الأوليات الإقليدية الأخرى، وكما لاحظنا ذلك في هندسة لوباتشفسكي وريمان، لو لم تكن هاتان القضيتان مستقلتان (الجابري، 1976، 182-183).

2- شرط الإشباع، (الفندي، 1972، 106) ويقصد به "هلبرت" أن الحدود أو الأصول الأولى أو المسلمات أن تكون كافية بحيث تسمح لنا بأجراء كل عمليات الاستنباط في النسق الموضوعة له.

إلا أن هذا لا يعني من ناحية أخرى أن تكون هذه الحدود أو الأصول الأولى أكثر مما يجب، لأنها لو كانت أكثر مما يجب لأدى الأمر إلى تعدد لا حاجة له، وإلى تعطيل بعض الأصول الأولى عن الاستفادة منها، ومعنا هذا كله أن المسلمات أو الأصول الموضوعة الأولى يجب أن تكون كافية للاستنباط بحيث لا تزيد ولا تنقص، لأنها لو نقصت لما أمكن إتمام عمليات الاستنباط، ولو زادت لتعطلت بعض الأصول التي لا حاجة لنا إليها.

3- شرط عدم التناقض: (الفندي، 1972، 107) ويعني "هلبرت" بهذا الشرط أن تكون مسلمات النسق أو أصوله الأولى غير متناقضة فيما بينها، وهذا شرط مهم، لأنه لو كانت الأصول الأولى متناقضة فيما بينها لكانت القضايا المستنبطة من هذه الأصول متناقضة أيضاً. "غير أن صعوبة هذه المسألة تتمثل في أنه لكي نعرف تناقض الأصول الأولى لأي نسق ينبغي إخضاع ذلك الأكسوماتيك للتجربة فهي التي تمكننا من التعرف على تناقض أو عدم تناقض أصوله أو أولياته، هذا صحيح. ولكن ليس من الضروري أن يكون الأكسوماتيك- وهو بالتعريف بناء نظري محض-قابلاً للتحقق منه بالتجربة، على الأقل في مرحلة ما من مراحل تقدم العلم. فالهندسة التي شيدها ريمان، مثلاً، كانت غير قابلة للتطبيق على العالم الواقعي حتى جاء "انشتاين" وبرهن بنظريته النسبية على أنها أكثر ملائمة من الهندسة الأقليدية" (الجابري، 174،2002)

ولكن رغم وجود هذه الشروط في النسق الاكسوماتيكي إلاّ أنهم يشترطون عدم خروجها عن أساس هاتين الفكرتين:

1- لا يمكن اعتماد مبدأ عدم التناقض كمعيار لإثبات وجود الموضوع الرياضي كما هو الحال عند المذهب الحدسي، وليست اللغة الرياضية تعبيراً عن فكر رياضي، لأن موضوع الرياضيات لا يعبر عن حقائق في ذاتها.

2- لا يمكن الأخذ بالرموز الرياضية لأنها تعبر عن موضوع الرياضيات، بل يمكن الأخذ بالكتابة الرياضية، وهي تقف أمام النزعة المنطقية، وفي ذلك تقديم للمنطق على الرياضيات. غير أن "هلبرت" في شرطه الأخير (شرط عدم التناقض) قد عاد إلى المنطق مرة أخرى، مع أنه قرر إقامة مذهبه الأكسوماتيكي ابتداء من أصول لا هي منطقية ولا هي رياضية. ومعنى هذا أن "هلبرت" بهذا الشرط الأخير قد تناقض في أقواله من حيث إن ضمن أصوله شرطاً منطقياً.

يرى الدكتور محمد ثابت الفندي أن هذا المذهب أكثر صورية عن سابقه لأنه يبدأ من مسلمات اسمية بحته وهو وإن اختلف عن سابقه في عدم اشتقاق الرياضة من المنطق، إلاّ أنه فيما يختص باسم المنطق لا يختلف عن اللوجستيقا كل الاختلاف، بل يكمله ويزيد من دقته، لأنه لم يزد عن كونه قد أوضح أماكن الذهاب في تكوين الحدود والمسلمات الأولية التي يستند إليها المنطق إلى أبعد مما وقف عنده "برتراندرسل"، ولذلك سمي ما بعد المنطق. فلقد بين (برنيس) مثلاً في أكسوماتيك من هذا النوع أن ثلاث مسلمات فقط يمكن أن تبرهن كل قضايا منطق رسل، كما أن الأكسوماتيك يفترض بكل تأكيد قدراً من المنطق حيث إن أحد شروط تأسيسه الثلاثة هو شرط عدم التناقض، وهو شرط أساسي كما أنه متضمن في الشرطين الآخرين، فالمنطق مفروض مقدماً في كل أكسوماتيك، ولذلك تعتبر النظرية الأكسوماتيكية تعميقا للوجستيقا بشرط استبعاد فكرة اشتقاق الرياضة منه (الجابري، 2002، 117).

- المذهب الحدسي:

إن المذهب الحدسي يقف موقفا مخالفا للمذاهب السابقة، إذ أنه يرى أن الأصول حدسية والعرض منطقي، أي أننا نحدس أصول الرياضة ومنابعها مباشرة بواسطة الحدس ثم يجئ بعد ذلك دور المنطق في بسط وعرض ما حدسناه، فلكل من المنطق والحدس دوره الضروري. فهما معاً لا يمكن الاستغناء عنهما، فالمنطق الذي يمدنا باليقين هو أداة البرهان، أما الحدس فهو أداة الاختراع (الجابري، 2002، 112).

هذا المذهب الحدسي اعتنقه رياضيون معاصرون من أمثال (بوريل، وبوانكاريه، ولوبيج، وبير) في فرنسا (وبرور، وفايل، وهيتنج) في ألمانيا، ولقد اتفقوا جميعا على معارضة المذهبين اللوجستيقي والأكسيوماتيكي. إن الرياضة تقوم على أساس من التوليد الذاتي الذي يبدأ بالحدس، وطالما أن الرياضيات

ذات أصول حدسية فإنها من ثم لا تعتمد على اللغة. فالمنطق في نظر الحدسيين ليس أساساً للرياضيات بل الصياغة الصورية الحدسية هي الأساس، حيث يقول هايتينج: " ليس المنطق هو الأساس الذي استند إليه كيف يجوز ذلك؟ وهو محتاج إلى أساس، فمبادئه أكثر تعقيداً وأقل مباشرة من مبادئ الرياضيات ذاتها، هذا يعني أن الرياضيات مستقلة عن اللغة، ويقرر أن الرياضة وهي حدسية المنبع تتكون من أفكار عقلية، وأن النظرية الرياضية تعبر عن واقعة حدسية متغلغلة في باطن فكرنا، فحينما نقرر أن 2+2=3+1 فإننا نعني أن تكويننا الفكري قد حدس أن 2+2 تؤدي إلى نفس النتيجة 3+1.

وينبغي أن نلاحظ أن أنصار المذهب الحدسي هنا يعولون على الحدس بالأعداد وليس الحدس المكاني، وهذا يشير إلى أن هؤلاء قد رفضوا رفضاً قاطعاً مسألة الحدس المكاني هذه، والتي رفضها الرياضيون بعد ظهور الهندسات اللاأقليدية (الجابري، 2002، 210-211). رغم أن الأسلوب المتبع لهذا المذهب في التعويل على الأعداد المجردة عن أي مكان صار هشاً أمام تلك التطورات العلمية التي أنجبتها الهندسات اللاأقليدية، إلاّ أن تلك التطورات التي تحققت لا ينكر العلماء أن أحد معاولها هو المذهب الحدسي الذي مكن العلم من الوصول إلى مرحلة الاختراع، التي بنيت عليها أغلب النظريات العلمية المعاصرة.

- المنطق الحدسي:

يؤدي المنطق هنا دوراً مهماً في بسط وشرح ما توصل إليه الحدسيون في حدوسهم الرياضية التي تتوافق مع الجانب الدقيق من الفكر: ولقد رفض الحدسيون مبدأ الثالث المرفوع وما ينتج عنه من أن نفي النفي أثبات أو أن كذب الكذب ينتج عنه الصدق، فكذب كذب القضية p يتضمن p، فإذا كان كذب p يؤدي إلى الكذب فإن تكذيب كذبها يكون صادقاً، وقد عبر رسل عن مثل هذا بالصيغة التالية:

$(\sim p) \supset p$.

وذهبوا إلى أن القانون الحدسي المباشر هو قانون عدم التناقض وليس قانون الثالث المرفوع، وذلك لأنهم رأوا أن حدسنا المباشر لا يقبل التناقض، أما فكرة نفي النفي إثبات التي تظهر في قانون الثالث المرفوع فليست حدساً مباشراً واضحاً وإنما تحتاج إلى خطوة أكبر من الحدس المباشر. (رسل دت، 179-180) وعلى هذا النحو يفرق الحدسيون بين قانوني عدم التناقض والثالث المرفوع، ويرون أنهما غير متساويين كما ذهب إلى ذلك رسل في مبادئ الرياضيات، حيث يذهب رسل إلى أن P متساوية مع نفي نفي (P ~)~ = P، وبعد، فما قيمة آراء الحدسيين بالمجمل؟. لنقل باختصار أنها نجحت فعلاً في تكسير قوالب المنطق القديم، منطق أرسطو الثنائي القديم، وفتحت المجال أمام أنواع أخرى من المنطق متعدد القيم. (موي د.ت، 387-388)، أما بالنسبة إلى ميدان الرياضيات فإن مذهب "بروور" يعود بالرياضيات إلى

الوراء، فيتركها مجزئة مشتتة، ويضرب صفحا من الإنجاز العظيم الذي حققته الرياضيات الحديثة: إنجاز وحدة الرياضيات وتحقيق الانسجام بين مختلف فروعها إنها المهمة التي أدتها النزعة الاكسوماتيكية.

المنطق الرمزي عند الحدسيين:

لعل أول من قدم تحليلا واضحاً من بين الحدسيين للمنطق الرمزي أو الرياضي هو "هيتنج" وسوف نحاول الآن إبراز منطقه الرمزي كما وضعه هو.

أولاً يضع هيتنج الرموز التالية:

- $\wedge$ ثابت الوصل وتعبر عنه اللوجستيقا بالرمز (.)
- $\vee$ ثابت الفصل وتعبر عنه اللوجستيقا بنفس الرمز (.)
- $\neg$ ثابت النفي وتعبر عنه اللوجستيقا بالرمز ~
- $\supset$ ثابت التضمن وتعبر عنه اللوجستيقا بنفس الرمز.

ثانيا: هذه الرموز السابقة مستقلة تماماً عن بعضها البعض فـ $a \supset b$ ليست هي $\neg a \vee b$ كما زعمت اللوجستيقيا حينما قررت أن التضمن $p \supset q$ هي نفسها $\sim p \vee q$.

ثالثاً: يعبر عن قانون التناقض في مثل هذا المنطق الرمزي الحدسي بالصيغة التالية:

$$\vdash \neg(a \vee \neg a).$$

رابعاً: أما القانون الثالث المرفوع فقد أهمله (هيتنج) على الرغم من أن صيغته يمكن أن تكون:

$$\vdash \neg\neg(a \vee \neg a).$$

كما يمكن أن يصاغ بطريقة أخرى هي:

$$\vdash (\neg\neg a \supset a).$$

وباستخدامنا لثابت النفي يمكن أن نحصل على الصيغة التالية :

$$\vdash . \neg\neg\neg a \supset \neg a$$

وإذا عكسنا الوضع يمكن أن نحصل على الصيغة التالية:

$$\vdash . \neg a \supset \neg\neg\neg a$$

خامساً: يمكن أن نحصل على ثابت المساواة بمجرد التفكير فيما سبق حيث إن

a مساوية $\neg a \lrcorner \; a \; \neg\neg\neg .$

كما يمكن الحصول على ثابت الفصل بأن نقبل

$a \; \neg \neg$ أو $a \; \neg .$

وهذه يمكن وضعها في الصيغة التالية:

$$\neg\neg \; a \vee \neg A$$

وما المنطق أو الأكسوماتيك في نظر الحدسيين سوى وسيلة عملية لاحقة، لاستعراض، أو شرح، أو بسط، تلك الكشوف الحدسية الرياضية في صورة واضحة، يفهمها الآخرون الذين لم يكتشفوها، أو يدركوها بالحدس. فمنابع الرياضة حدسية، أما عرضها أو بسطها فهو لوجستيقي، أو أكسيوماتيكي، أو منطق رياضي.

وهكذا تكون الصلة هنا بين المنطق والرياضيات صلة غريبة في هذا المذهب، فالرياضة تحدس الأعداد، بينما المنطق يعرض ويبسط ويشرح ما توصل إليه الحدسيون في حدوسهم الرياضية.

فيكون المنطق بذلك قد استخدم النسق المنطقي ذو الأصول المنهجية الفلسفية، على اعتبار أن المنطق لا يبتعد عن الفلسفة في تعامله مع القضايا المطروحة.

الخاتمة:

اعتبرت الرياضيات والمنطق تاريخياً نوعين من الدراسة متميزين تماماً، فقد ارتبطت الرياضيات بالعلم، والمنطق باللغة اليونانية، ولكن كليهما تطور في الأزمنة الحديثة، فأصبح المنطق أكثر رياضياً، والرياضيات أكثر منطقية، مما ترتب عليه استحالة وضع فاصل بينهما، إذ الواقع الذي شاهدناه من خلال هذا البحث أن كليهما شيء واحد، والخلاف بينهما كالخلاف بين الصبي والرجل، فالمنطق شباب الرياضيات، والرياضيات تمثل طور الرجولة للمنطق، رغم أن هذه الوجهة من النظر ينكرها المنطقيون الذين أنفقوا عمرهم في دراسة النصوص القديمة حتى أضحوا عاجزين عن تتبع شيء من الاستدلال الرمزي، كما ينكرها الرياضيون الذين تعلموا صنعة فنية دون أن يجهدوا أنفسهم في البحث عن معناها أو تسويغها.

لقد أصبح من الواضح أن كثيراً من البحوث الرياضية المعاصرة يقع على محيط المنطق، كما أن كثيراً من المنطق المعاصر رمزي وصوري، مما جعل العلاقة الوثيقة بين المنطق والرياضيات جلية لكل طالب متعلم، والدليل على تطابقهما أمر يحتاج بالطبع إلى تفصيل: فنحن إذا نبدأ من مقدمات قد نسلم كلياً أنها تنتمي إلى المنطق، وننتهي بالاستنتاج إلى نتائج من الواضح أنها تنتمي إلى الرياضيات، إذا فليس تمت خط فاصل يمكن رسمه بحيث يمكن وضع المنطق على شماله والرياضيات على يمينه، وإذا كان هناك من لا يزالون لا يسلمون بوجود علاقة بين الرياضيات والمنطق فإننا نطالبهم بأن يبينوا لنا عند أي نقطة في التعريفات والاستنتاجات المتتالية الموجودة في الرياضيات يعتبرون المنطق ينتهي عندها والرياضيات تبدأ منها، وسيتضح عندها أن أي جواب لا بد أن يكون تحكمياً تماماً.

تمثلت هذه الإجابات التحكمية في بعض أنساق المذاهب التي تعرضنا لها في هذا البحث، ففي ذروة التحكمية كانت المرحلة التي ساد الاعتقاد فيها بالغلبة والأسبقية للرياضيات على المنطق، تلك المرحلة التي تم فيها تحجيم المنطق إلى درجة إدراجه كنظرية ضمن النظريات الرياضية الجبرية، عُرفت هذه المرحلة في تاريخ العلاقة بين الرياضيات والمنطق بمرحلة "جبر المنطق"، رغم أن هذه العمليات التي يتم فيها جبر القضايا ووضعها في معادلات رياضية لن يتم التحقق منها إلاّ باستخدام الرموز المنطقية، والجداول التي تحسم أي شك أو جدال.

أما في الصورة التحكمية التالية فإنها ما باتت أن تجعل من الرياضة في حاجة مستمرة للإسناد المنطقي، حتى تغيرت هذه الوجهة من النظر مع التطور الذي جاء به "رسل" في الميدانين الرياضي والمنطقي، خاصة وأن الرياضيات تخلصت من النسق الذي قيدها في إطار الحدس المكاني، فكانت بذلك أكثر توائماً مع المنطق، مكونان نسقاً متماسكاً متماشياً مع التطورات التي أجبرت الأنساق القديمة بالتراجع، والعمل على فتح المجال أمام نسق جديد موحد بين الرياضيات والمنطق، ذلك النسق الذي كان من مهامه الأساسية هو

الابتعاد عن الجمل والعبارات التي كانت تثقل المنطق، والوصل بهذا النسق الجديد إلى اليقين الذي تفتقر له الرياضيات، تلك هي مرحلة "المذهب اللوجستيقي".

أما عن تلك التحكمية التي رأيناها في مذهب جبر المنطق تلاشت في الكثير من الجوانب التي يمثلها المذهب الأكسيوماتيكي، وهذا إن دل على شئ فإنما يدل على التكامل الذي يسعى له العلماء في بحثهم للعلاقة بين الرياضيات والمنطق، هذه العلاقة التي لن تكون غايتها المثلى إلاّ التلاقح لخلق فكرة أقوى وأعمق في رواق المنطق الرياضي.

رأينا أن النسق الأكسوماتيكي يقوم على التوازي بين الرياضيات والمنطق، فالصلة وثيقة في البناء الداخلي للعلمين الشقيقين، فمصدرهما واحد، ويقومان على نسق واحد هو النسق الاستنباطي، ورغم أن هذا المذهب نظري محض، إلاّ أنه من الممكن أن يتحقق تجريبيا في مرحلة من مراحل تقدم العلم، ولنا مثل في الهندسة التي شيدها ريمان، ولكنها كانت غير قابلة للتطبيق، حتى جاء إنشتاين وبرهن بنظريته النسبية، وأثبت أن هذه الهندسة هي أكثر الهندسات ملائمة للواقع.

فالتجريد الذي يتميز به "الأكسوماتيك"، هو الذي جعل عملية العلاقة بين الرياضيات والمنطق تتقدم خطوات كبيرة، حيث نرى ما تحقق عن ذلك من تعميم تكمن أهميته في تحويل الثابت إلى متغير، الأمر الذي يمكن الفكر من معالجة أكثر القضايا تعقيداً وغموضاً بمرونة ووضوح.

أما عن قيمة آراء الحدسيين فتتمثل في كسر قوالب المنطق القديم، منطق أرسطو الثنائي القديم، حيث فتح المجال أمام أنواع أخرى من المنطق متعدد القيم. أما بالنسبة للرياضيات فقد اتضحت تحكمية المذهب الحدسي لها، حيث أن "برور" يعود بالرياضيات إلى الوراء، فيتركها مجزئة مشتتة، ويضرب صفحاً من الانجاز العظيم الذي حققته الرياضيات الحديثة: إنجاز وحدة الرياضيات، وتحقيق الانسجام بين مختلف فروعها، تلك المهمة التي أداها المذهب الأكسوماتيكي، وعليه فإن كل مذهب من تلك المذاهب يكون ناجحا بتقنية من تقنياته في فكرة ما، فينجح نسقه في عرضها وتبريرها، وتخفت وتفشل تقنيات أخرى له في نسقه العام، لذلك فإن كل هذه المذاهب لن تحقق التكامل والتطور في الوصول إلى المنطق الرياضي إلاّ بالاستفادة من كل تلك التقنيات الناجحة لكل المذاهب في هذا المجال (مجال علاقة الرياضيات بالمنطق)، وذلك بغية ظهورهما تحت منهج واحد هو المنطق الرياضي.

المصادر والمراجع:

أبو حامد محمد بن محمد الغزالي، (1961)، معيار العلم في فن المنطق، مصر، تحقيق سليمان دنيا، دار المعارف.

أرسطو، (1980)، ترجمة عبدالرحمن بدوي، منطق أرسطو، بيروت: دار القلم.

ألان، ت رمسيس عوض وود، (1984)، برتراند رسل بين الشك والعاطفة، بيروت: دار الأندلس.

برتراند رسل، أصول الرياضيات، مصر: دار المعارف، دت.

بول موي، المنطق وفلسفة العلوم، القاهرة: دار نهضة مصر للطباعة والنشر، د.ت.

جلال شمس الدين، (2004)، فلسفة العلوم، الاسكندرية: مؤسسة الثقافة الجامعية.

جميل صليبا، (1982)، المعجم الفلسفي، بيروت: دار الكتاب اللبنانية.

روبير بلانشي، المنطق وتاريخه من أرسطوا حتى رسل، تحرير ت خليل أحمد خليل، بيروت: ديوان المطبوعات الجامعية.

زلاتكاشبورير، (1987)، الرياضيات في حياتنا، الكويت: المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب.

عيسى عبدالله الفقي، (2004)، أساسيات المنطق الرياضي، طرابلس: مكتبة طرابلس العلمية العالمية.

قضايا فلسفية، (2008)، بنغازي، ليبيا: دار الكتاب الوطنية.

فريدريك كوبلستون، (2009)، تاريخ الفلسفة من بنتام إلى رسل، القاهرة: المركز القومي للترجمة.

محمد ثابت الفندي، (1972)، أصول المنطق الرياضي"اللوجستيقا"، لبنان: دار النهضة العربية.

محمد عابد الجابري، (1976)، مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية.

مدخل إلى فلسفة العلوم، (2002)، بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية.

محمد مهران، علم المنطق، القاهرة: دار المعارف، د ت.